



Politechnika  
Wrocławska

# Animacje i symulacje zjawisk, obiektów i systemów

Wykład nr 8

Modelowanie oddziaływań

Szymon Datko

[szymon.datko@pwr.edu.pl](mailto:szymon.datko@pwr.edu.pl)

Wydział Informatyki i Telekomunikacji,  
Politechnika Wrocławska

semestr zimowy 2021/2022



# Siła ciężaru

- ▶ w najprostszej, najczęściej spotykanej postaci

$$\vec{F}_C = m \cdot \vec{g} ,$$

- ▶ wektor skierowany w kierunku podłoża,
- ▶ powoduje spadanie i przewracanie się obiektów,
- ▶  $\vec{g}$  to przyspieszenie grawitacyjne – skąd się bierze?

# Siła grawitacji

- ▶ opisuje oddziaływanie pomiędzy **masywnymi** obiektami,
- ▶ po powiązaniu z II zasadą dynamiki Newtona, uzyskujemy

$$m \cdot \vec{a} = G \cdot \frac{M \cdot m}{\|\vec{R}\|^2},$$

$$\vec{a} = G \cdot \frac{M}{\|\vec{R}\|^2},$$

- ▶ przy założeniu promienia i masy ziemi  $\rightarrow \vec{a} = \vec{g} \approx 9.81$ .

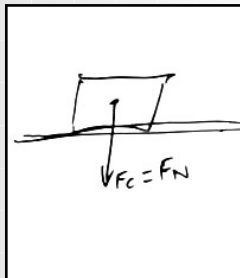
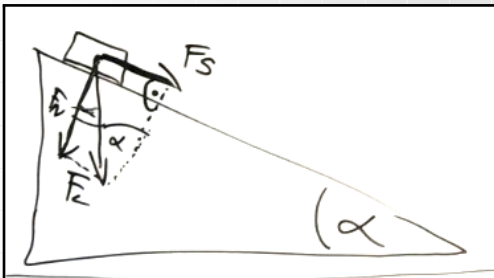
# Równia pochyła

- ▶ siła ciężaru zostaje rozłożona na siłę nacisku i siłę zsuwającą,

$$\vec{F}_N = \vec{F}_C \cdot \cos(\alpha) ,$$

$$\vec{F}_S = \vec{F}_C \cdot \sin(\alpha) ,$$

- ▶ w szczególnym przypadku  $\vec{F}_N = \vec{F}_C$  (gdy  $\alpha = 90^\circ$ ).












# Tarcie

- ▶ opór ruchu, pojawiający się na styku dwóch powierzchni / ośrodków,
  - wyróżnia się jego dwa rodzaje:
    - ▶ statyczne,  $\vec{F}_{Ts} = -\mu_s \cdot \vec{F}_N$ ,
    - ▶ kinetyczne,  $\vec{F}_{Tk} = -\mu_k \cdot \vec{F}_N$ ,
  - oba rodzaje nigdy nie występują razem – albo jeden, albo drugi,
  - ogółem zawsze zachodzi zależność  $\mu_k < \mu_s$ ,
    - wartości te są wyznaczone eksperymentalnie,
  - reprezentowany przez wektor siły zwrócony przeciwnie do kierunku ruchu.

# Opór powietrza

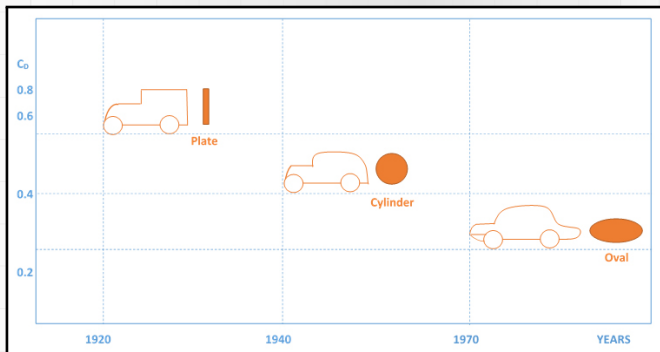
- ▶ siła, która tłumi ruch ciała w danym ośrodku, gdzie ten ruch zachodzi,
  - wynik zderzenia z cząsteczkami ośrodka,
- ogólnie opisywany wyrażeniem  $\vec{F}_{op} = -C_x \cdot \vec{V}$ ,
  - $\vec{V}$  oznacza wektor chwilowej prędkości ciała,
  - znak minus mówi o zwrocie przeciwnym do kierunku ruchu,
  - $C_x$  to tak zwany współczynnik oporu powietrza,
- wartość  $C_x$  określa się doświadczalnie, np. w tunelu aerodynamicznym,
  - zależy od kształtu obiektu oraz (gładkości) jego powierzchni,
  - może być wielkością skalarną lub macierzową.

# Przykładowe wartości oporu powietrza

Shape	Drag Coefficient
Sphere → 	0.47
Halfsphere → 	0.42
Cone → 	0.50
Cube → 	1.05
Angled Cube → 	0.80
Long Cylinder → 	0.82
Short Cylinder → 	1.15
Streamlined Body → 	0.04
Streamlined Halfbody → 	0.09

Measured Drag Coefficients

# Przykładowe wartości oporu powietrza w praktyce



« Pac Car, 2002,  $C_x \approx 0,075$

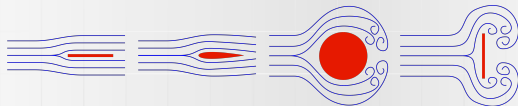
Źródło: [https://en.wikipedia.org/wiki/Drag\\_coefficient](https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient)

<https://phys.org/news/2005-06-vehicle-highest-fuel-efficiency-world.html>



# Opór cieczy

- ▶ zasadniczo to samo, co opór powietrza, ale dla mniej rzadkiego ośrodka,
  - dla stosunkowo małych prędkości obiektu,
    - ▶  $\vec{F}_{oc} = -C_D \cdot \vec{V}$ ,
    - symuluje to tak zwany przepływ laminarny,
  - w przypadku, kiedy obiekt porusza się szybko,
    - ▶  $\vec{F}_{oc} = -C_D \cdot \vec{V}^2$ ,
    - mamy do czynienia z tak zwanym przepływem turbulentnym,
  - współczynnik  $C_D$  zależy między innymi od gęstości i lepkości cieczy.

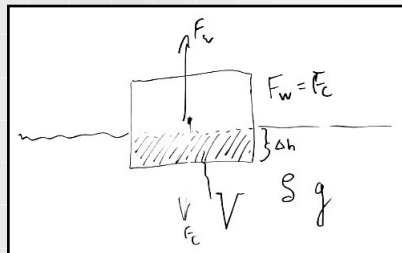
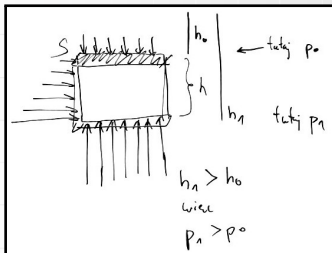


# Wiatr / prądy powietrza / strumień cieczy

- ▶ zasadniczo bardzo podobne do wpływu analogicznych oporów ruchu,
  - poruszające się cząsteczki ośrodka wprawiają w ruch dany obiekt,
    - mogą one rozpędzać, lub hamować poruszający się obiekt,
    - w szczególnym przypadku dojdzie do zakrzywienia toru ruchu,
  - np. w przypadku powietrza –  $\vec{F}_{pp} = C_x \cdot \vec{V}_{pp}$ .
    - $\vec{V}_{pp}$  oznacza prędkość i kierunek wiatru.

# Siła wyporu

- ▶ siła związana z wypieraniem przez obiekt jakiegoś ośrodka,
- związana jest z różnicą ciśnień na różnych poziomach w ośrodku,
  - ▶  $\vec{F}_w = -\rho \cdot \vec{g} \cdot V$ ,
  - skierowana jest przeciwnie do kierunku siły ciężaru,
- wyprowadzenie: ciśnienie hydrostatyczne  $p = \rho \cdot g \cdot h$  i zależność  $p = \frac{F}{S}$ .



# Materiały pomocnicze (1/2)

- ▶ Ile w naszej codzienności zmienia opór powietrza.

“Spadek w próżni”

– SciFun, 2020.



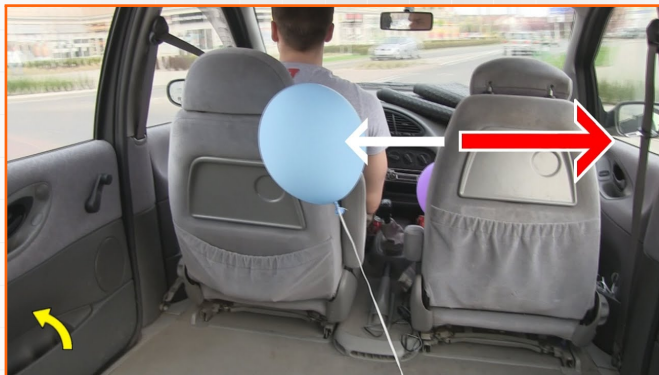
<https://www.youtube.com/watch?v=9vJUkjGQC1g>

## Materiały pomocnicze (2/2)

- ▶ Nieoczywista ciekawostka na temat siły wyporu.

"Balon łamie I zasadę dynamiki ?!"

– SciFun, 2013.



<https://www.youtube.com/watch?v=KSOKyMWg2Uc>

To wszystko na dziś.

Do zobaczenia za tydzień!