Animacje i symulacje zjawisk, obiektów i systemów

Wykład nr 6

Interpolacja wielkości liczbowych

Szymon Datko

szymon.datko@pwr.edu.pl

Wydział Informatyki i Telekomunikacji,

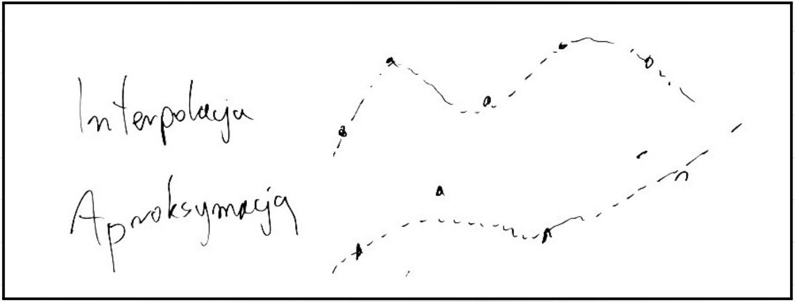
Politechnika Wrocławska

semestr zimowy 2021/2022

Co może być przedmiotem animacji?

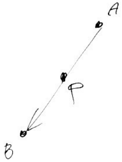
- Zasadniczo animować możemy dowolną rzecz/cechę/wielkość,
  - w istocie jest to zmienianie wartości różnych jej parametrów,
  - najczęściej dziedziną tych zmian jest po prostu czas t,
- zwykle mamy informację o początkowej i końcowej wartości,
  - ewentualnie także kilka kluczowych wartościach pomiędzy nimi,
  - w razie potrzeby możemy wyznaczyć dodatkowe wartości pośrednie, stosując procesy interpolacji lub aproksymacji,
  - odpowiednio mała różnica pomiędzy wartościami w kolejnych klatkach obrazu pozwala uzyskać wrażenie płynnego przejścia.

Interpolacja a aproksymacja



- Lokalna kontrola kształtu.
- Globalna kontrola kształtu.

Interpolacja liniowa

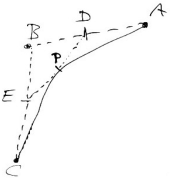


$$\underbrace{\vec{P} = \vec{A} + t * (\vec{B} - \vec{A})}_{} \qquad t \in [0; 1]$$

W GLSL:

P = mix(A, B, t)

Interpolacja kwadratowa



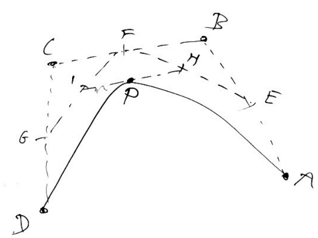
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{D} &= A + t^*(\vec{B} - \vec{A})\\ \vec{E} &= \vec{B} + t^*(\vec{C} - \vec{B})\\ \vec{P} &= \vec{D} + t^*(\vec{E} - \vec{D})\end{aligned}} \longleftrightarrow f(A, B, C, t)$$

$$\vec{P} = \vec{A} + t^*(\vec{B} - \vec{A}) + t^*\left[\vec{B} + t^*(\vec{C} - \vec{B}) - \vec{A} - t*(\vec{B} - \vec{A})\right]$$

$$\vec{P} = \vec{A} + t^*\vec{B} - t^*\vec{A} + t^*\vec{B} + t^2*\vec{C} - t^2*\vec{B} - t*\vec{A} - t^2*\vec{B} + t^2*\vec{A}$$

$$\vec{P} = \vec{A} + 2t^*(\vec{B} - \vec{A}) + t^2*(\vec{C} - 2\vec{B} + \vec{A})$$

Interpolacja wyższych rzędów



$$\vec{E} = \vec{A} + t^*(\vec{B} - \vec{A})$$
$$\vec{F} = \vec{B} + t^*(\vec{C} - \vec{B})$$
$$\vec{G} = \vec{C} + t^*(\vec{D} - \vec{C})$$

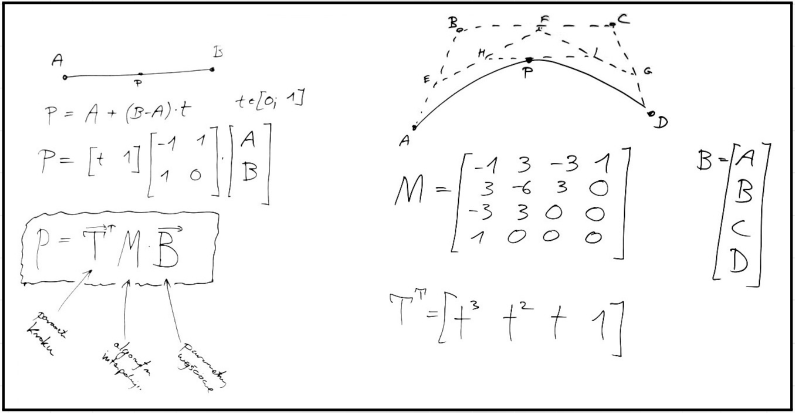
$f(A, B, C, D, t)$

$$\vec{H} = \vec{E} + t^*(\vec{F} - \vec{E})$$
$$\vec{I} = \vec{F} + t^*(\vec{G} - \vec{F})$$

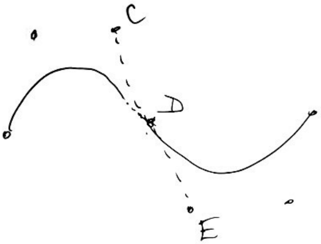
$$\vec{P} = \vec{H} + t^*(\vec{I} - \vec{H})$$

$f(E, F, G, t)$

Zapis macierzowy



Tworzenie krzywej sklejanej

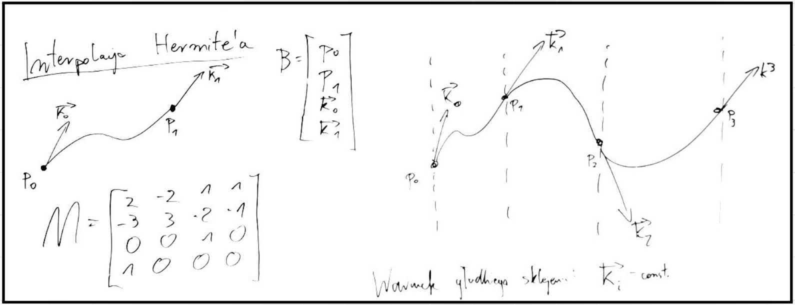


Warunek sklejenia (gładkiego)

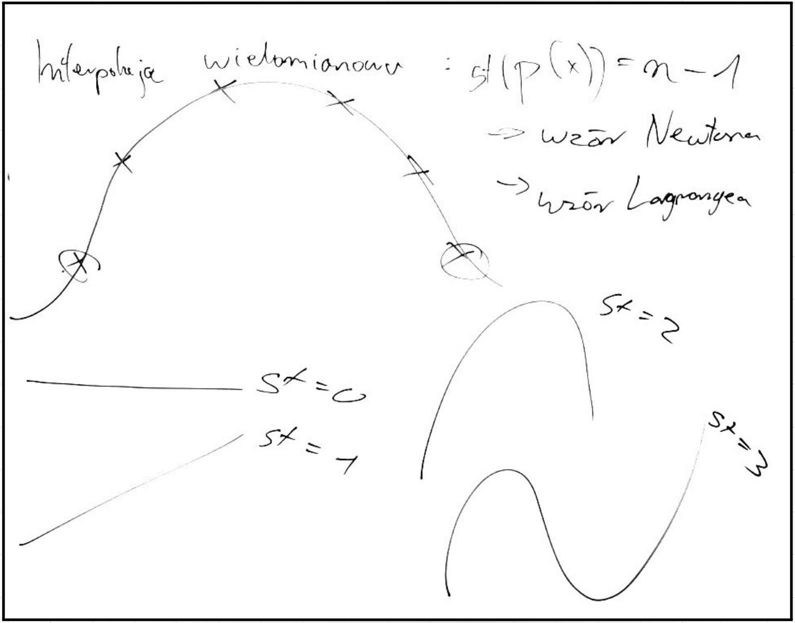
$|CD| \parallel |DE|$

$\|CD\| == \|DE\|$

Interpolacja Hermite'a



Interpolacja wielomianowa



Interpolacja Lagrange'a

Interpolacja Lagrange

$x_0, x_1, \ldots, x_n$

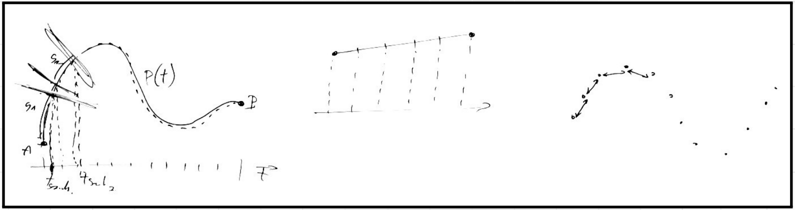
$\underbrace{f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_n)}_{n+1}$

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k) \cdot l_k(x)$$

$$l_k(x) = \prod_{j=0,\, j \neq k}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_k - x_j)}$$

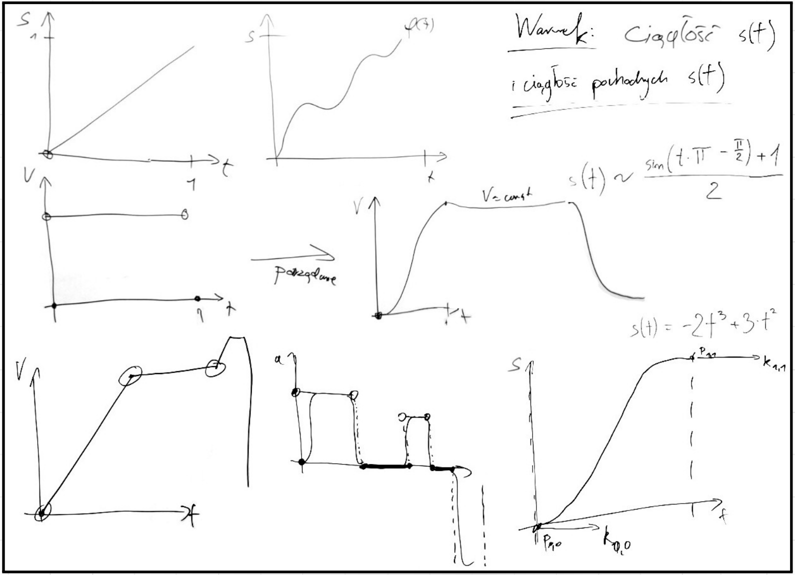
Słowo na temat płynności ruchu

- ogólnie mamy do czynienia z funkcją $p(t)$, która może opisywać ruch,
  - ciągłość tej funkcji jest podstawowym warunkiem płynnego ruchu,
- zmiana t o krok $\Delta t = const.$ niekoniecznie oznacza stałą zmianę $p(t)$,
  - zasadniczo jest tak w każdym nieliniowym przypadku,
- załóżmy, że interesuje nas jednostajne przejście po krzywej,
  - potrzebne jest wyznaczenie nowej funkcji kroku $u(t)$ zamiast t,
  1) długość łuku $p(t)$ na przedziale $t = [A, B]$: $s = \int_A^B \left|\frac{dp(t)}{dt}\right| dt$,
  2) znając wartości $t = A$ i oczekiwane s można wyznaczyć wartość B,
  - rozwiązujemy równanie $s - \int_A^B \left|\frac{dp(t)}{dt}\right| dt = 0 \quad$ (czyli $u(A) = B$).



Dodatkowe wymagania odnośnie płynności ruchu

– Funkcję $p(t)$ można traktować jako drogę, zaś $u(t)$ jako prędkość.



Politechnika Wrocławska

To wszystko na dziś.

Do zobaczenia za tydzień!